



### <コラム：集合と鳩の巣原理>

突然だが、静岡県には約 344 万人の人が住んでいる。静岡県民の中で、「髪の毛の本数が全く同じ人」はいるだろうか？

もしこのような質問をされたら、皆さんはどのようにして答えるだろうか。静岡県民の髪の毛の本数をすべて数えないと分からないな~と思った人もいるかもしれない。実はこの質問、数学の知識を使うと一瞬で「いる！」と答えることができる。

せっかく集合を勉強したので、集合と要素という単語を使いながら考えてみよう。静岡県という集合には、静岡県民という各要素が約 344 万個存在することになる。また、人間の髪の毛の本数は、多くても約 20 万本ほどである。これを集合として考えると、髪の毛の本数という集合については、0 以上 20 万以下の整数が要素として存在していることになる。

ここで、静岡県の集合の各要素を、髪の毛の集合に移すことを考えたい。髪の毛の本数のラベルが書いてある箱に、その髪の毛の本数を持つ県民を入れるようなイメージである。



箱の個数は 20 万個、人間の人数は 344 万人である。つまり、全部の箱に人が入ったとしても、どこかに 2 人以上入っている箱がある。また、どこか人が入っていない箱があっても、やはりどれかの箱には 2 人以上入っている。この、2 人以上入っている箱については、髪の毛の本数が同じとなるため、冒頭の質問は「いる！」と答えることができるのである。



このように、2つの集合 $A, B$ があり、集合 $A$ の要素の要素を集合 $B$ の要素の要素に移す場合、集合 $A$ の要素の個数が集合 $B$ の要素の個数より少ないならば、同じ集合 $B$ の要素に複数の集合 $A$ の要素が入ることを、**鳩の巣原理**という。この原理は 1834 年にペーター・グスタフ・ディリクレというドイツの数学者により、引き出し原理の名前で発見された。

また、この定理はコンピュータにおける情報セキュリティの基礎にも使用されている。

集合は関数や方程式よりも、さらに身の回りでの活用イメージが湧かない分野かもしれない。しかし、スマートフォンやコンピュータの基礎となる情報科学の分野では、必須の知識となり、活用されているのである。