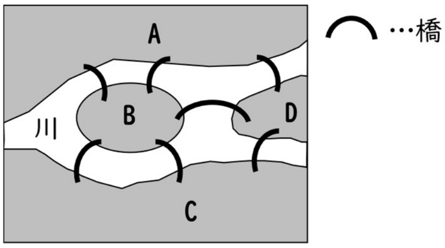
＜コラム：7つの橋を渡れ＞

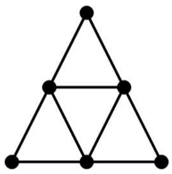
18世紀の初め頃、プロイセン王国の東部である東プロイセンの首都にはケーニヒスベルク(現在のロシア連邦カリーニングラード)という町があった。この町の中央にはプレーゲル川という大きな川があり、7つの橋がかけられていた。さて、どこから出発してもよいので、この川にかかっている7つの橋を2度通らずに、すべての橋を渡ることはできるだろうか？

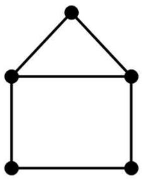
(**ケーニヒスベルクの7つの橋問題**)

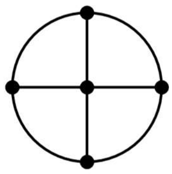


この問題については、1736年に数学者である**レオンハルト・オイラー**が「7つの橋を2度通らずにすべて渡ることは**不可能**である」という答えを出している。

実はこの橋の問題、一筆書きと深く関係している。一筆書きとは、同じ線を2度通らずに、図形を書くことである。三角形(△)や四角形(□)は一筆書きできるが、アスタリスク(＊)は一筆書きできない。つまり、一筆書きできる図形とそうではない図形が存在する。


①


②


③

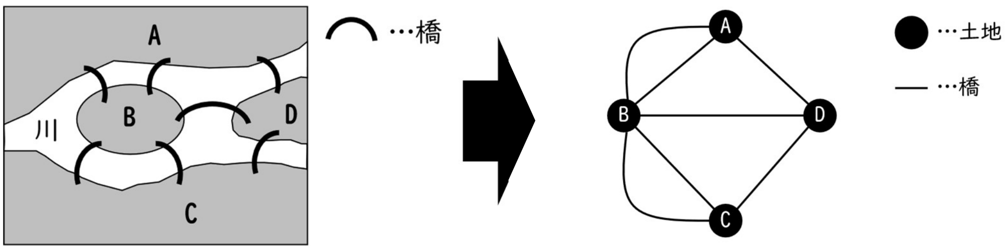
上の図は、①、②は一筆書きできるが、③は一筆書きできない(ぜひ挑戦してみよう)。

与えられた図が、一筆書きできる場合、以下の条件のどちらかを満たしている。

1. すべての頂点(●)の次数(●から生えている線の数)が偶数。
2. 2つの頂点の次数が奇数であり、他の頂点の次数は偶数。

①は条件1、②は条件2を満たす。③は次数が奇数の頂点が4つなので条件を満たさない。

7つの橋の問題に戻ろう。先ほどの川と橋の図を簡単な図として書き直してみる。すると、以下のようになり、「7つの橋を2度通らずにすべて渡る」問題は、この図を一筆書きする問題に言い換えることができる。



この図はすべての頂点の次数が奇数であるため、一筆書きできないということになる。したがって、オイラーが出した結論のように、7つの橋を2度通らずにすべて渡ることは**不可能である**といえる。

一筆書きは中学入試に出るような問題だが、大学数学(グラフ理論)でも詳しく扱う。